

Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului  
Inspectoratul Școlar Județean Covasna

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Județeană  
12 Martie 2011

CLASA a V-a

**Problema 1.**

Un excursionist în 4 zile a parcurs 600 km în felul următor: în ultimele trei zile laolaltă a parcurs cu 30 km mai puțin, decât în primele trei zile laolaltă. Drumul parcurs în prima zi este jumătate din drumul parcurs în a doua zi și o treime din drumul parcurs în a treia zi. Ce distanță a parcurs excursionistul zilnic?

**Problema 2.**

Arătați, că:

- a.)  $1 + 3 + 5 + \dots + 97 + 99$  este pătrat perfect,
- b.)  $225 + 225 \cdot 2 + 225 \cdot 3 + \dots + 225 \cdot 80$  este cub perfect,
- c.)  $3^{2011} + 4^{2011} + 5^{2011} + 6^{2011}$  nu este pătrat perfect.

**Problema 3.**

Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^{2^n+2}, n \in \mathbb{N}, n \leq 3\}$ ,  $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y^2 = x, x \in A\}$  și

$C = \{z \in \mathbb{N} \mid z = y^2 - 8, y \in B\}$ .

- a.) Determinați elementele mulțimilor!
- b.) Calculați:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $C \setminus B$ .
- c.) Calculați:  $\text{card } A \cup B \setminus C$

**Problema 4.**

- a.) Determinați valorile lui  $n \in \mathbb{N}$ , astfel încât fracția  $\frac{5n-8}{78-n^3}$  să fie subunitară.
- b.) Determinați câtul și restul împărțirii numărului  $\overline{abac}$  la  $\overline{ab}$ , știind că  $c = b + 2$

**Notă :** Timp de lucru 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.